

Chapitre V

MODÈLE SCALAIRE DE LA LUMIÈRE.

Joël SORNETTE vous prie de ne pas utiliser son cours à des fins professionnelles ou commerciales sans autorisation.

On dégage dans ce chapitre les outils nécessaires au calcul de déphasages entre deux points dans un milieu traversé par une onde lumineuse.

V-1 Historique

- 1621 : SNELL découvre les lois de la réfraction ; puis DESCARTES.
- 1675 : NEWTON propose un modèle corpusculaire de la lumière.
- 1690 : HUYGENS propose un modèle ondulatoire.
- 1810 : YOUNG étudie les interférences lumineuses et conforte le modèle ondulatoire.
- 1812 : FRESNEL étudie la diffraction en s'appuyant sur les idées de HUYGENS.
- 1815 : FRAUNHOFER invente le spectroscope à réseau.
- 1849 : FIZEAU mesure la vitesse de la lumière.
- 1864 : MAXWELL unifie l'électromagnétisme et affirme que la lumière est une onde électromagnétique.
- 1887 : MICHELSON utilise son interféromètre pour résoudre les problèmes théoriques soulevés par les théories de MAXWELL et ouvre ainsi la voie qui conduira à la théorie de la relativité restreinte.
- 1888 : HERTZ mesure la vitesse d'ondes radio et confirme ainsi la nature électro-magnétique de la lumière.
- 1905 : EINSTEIN introduit la notion de photon ; c'est le retour à une théorie corpusculaire.
- 1926 : DE BROGLIE traite les particules matérielles comme des ondes et ouvre la voie à la mécanique quantique.

V-2 Modèle scalaire de la lumière

Bien que la lumière, comme tout phénomène électromagnétique, soit décrite par deux champs vectoriels, on peut pour maint phénomène se contenter d'un modèle scalaire qui conduit aux mêmes résultats, à quelques nuances près, avec beaucoup moins de complications calculatoires.

Les théories de FOURIER permettent de considérer tout phénomène lumineux comme somme de phénomènes monochromatiques, c'est-à-dire sinusoïdaux. Dans un milieu homogène, et le programme s'arrête là, on montre et nous l'admettrons, qu'au voisinage d'un point M , l'onde monochromatique a le comportement d'une onde plane progressive de vecteur d'onde \vec{k} et de célérité c si l'on est dans le vide et notée $v = c/n$ ailleurs (n s'appelle alors indice de réfraction du milieu). Pour tout point M' voisin de M l'onde s'écrit donc :

$$\underline{s}(M', t) = \underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{MM'} + \varphi_M)]$$

Si \vec{u} est le vecteur unitaire de \vec{k} , on a (cf chapitres précédents) $\vec{k} = (\omega/v) \vec{u} = (n\omega/c) \vec{u}$. Il est aussi pertinent de remplacer ω par $2\pi/T$ et d'introduire la longueur d'onde qu'aurait dans le vide un phénomène de même pulsation (on dira plus tard : longueur d'onde dans le vide, voire, ce qui est plus dangereux, longueur d'onde) soit $\lambda = cT$. Alors l'onde se réécrit :

$$\begin{aligned} \underline{s}(M', t) &= \underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t - (n\omega/c) \vec{u} \cdot \overrightarrow{MM'} + \varphi_M)] = \\ &\underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t + \varphi_M)] \exp\left[-2j\pi \frac{n \vec{u} \cdot \overrightarrow{MM'}}{\lambda}\right] \end{aligned}$$

Remarques : pour l'instant nous ne nous intéressons pas aux variations de l'amplitude réelle $s_m(M')$, sachons cependant que, sauf cas exceptionnels, elle varie de façon significative sur des distances caractéristiques grandes devant λ .

Par ailleurs n'oublions pas que les milieux transparents sont toujours plus ou moins dispersifs, c'est-à-dire ici que l'indice n dépend de λ .

Ordres de grandeurs : Les longueurs d'onde dans le vide des rayonnements visibles s'étendent du violet à 400 nm au rouge à 800 nm ; de part et d'autre, on trouve bien sûr l'ultra-violet et l'infra-rouge. Un calcul élémentaire conduit à des fréquences de l'ordre de $0,5 \cdot 10^{15}$ Hz.

V-3 Rayons lumineux

On appelle rayon lumineux une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur \vec{k} . On démontre et nous admettrons que dans un milieu homogène, les rayons sont des droites ; en particulier, dans le cas d'une source ponctuelle

S , des droites issues de S . L'expression précédente se généralise donc, puisque \vec{u} et \vec{SM} sont parallèles (petit dessin au tableau et en marge) en :

$$\underline{s}(M, t) = \underline{s}_m(M) \exp[j(\omega t + \varphi_S)] \exp \left[-2j\pi \frac{n \|\vec{SM}\|}{\lambda} \right]$$

L'expression $[SM] = n \|\vec{SM}\|$ s'appelle chemin optique (ou distance optique) entre S et M . De même si M et P se trouvent sur un même rayon dans cet ordre (petit dessin au tableau et en marge) on a :

$$\underline{s}(P, t) = \underline{s}_m(P) \exp[j(\omega t + \varphi_M)] \exp \left[-2j\pi \frac{[MP]}{\lambda} \right]$$

où $[MP] = n \|\vec{MP}\|$ est le chemin optique entre M et P .

V-4 Surfaces d'onde

On appelle surface d'onde un ensemble de points qui se situent tous à la même distance optique de la source. Il s'agit bien évidemment de sphères centrées sur S . On dit alors qu'on a affaire à une onde sphérique. On remarque que, dans cette situation, rayons lumineux et surfaces d'onde sont orthogonales. On démontre et nous admettrons que pour une onde sphérique, l'amplitude réelle est inversement proportionnelle à $\|\vec{SP}\|$. Ce point sera du reste justifié dans le cours sur le rayonnement du dipôle.

V-5 Théorème de Malus

Si les rayons lumineux se réfléchissent sur un miroir ou se réfractent à la traversée d'un dioptre ou d'une lentille, les propriétés précédentes se généralisent. Par exemple, si un rayon issu de la source S placée dans un milieu d'indice n_1 traverse au point I , selon les lois de SNELL-DESCARTES, un dioptre et poursuit jusqu'un point M dans un milieu d'indice n_2 (petit dessin au tableau et en marge), le chemin optique entre S et M sera $[SM] = n_1 \|\vec{SI}\| + n_2 \|\vec{IM}\|$. On définira toujours les surfaces d'onde comme des ensembles de points à une même distance optique de la source et on admettra le théorème de MALUS qui affirme que rayons lumineux et surfaces d'onde sont orthogonales.

V-6 Onde plane

Le cas le plus intéressant expérimentalement est celui où la source S se trouve dans le plan focal objet d'une lentille convergente de centre optique O et génère donc un faisceau parallèle dans la direction de SO puisqu'un rayon passant par O n'est pas dévié. Les surfaces d'onde sont alors des plans orthogonaux à cette direction ; on dit qu'on a affaire à une onde plane et on

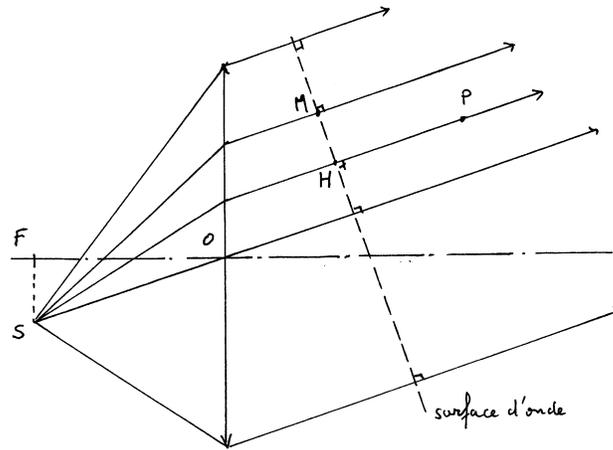
admettra qu'alors l'amplitude réelle est une constante. Si l'on veut calculer le déphasage entre deux points M et P sur des rayons différents, on procède ainsi : d'abord on a

$$\varphi_P - \varphi_M = 2\pi \frac{([SP] - [SM])}{\lambda}$$

où la différence $[SP] - [SM]$ s'appelle différence de marche ; puis on projette M en H orthogonalement sur le rayon qui passe par P , le théorème de MALUS permet alors d'affirmer que :

$$[SP] - [SM] = [SP] - [SH] = [HP] = n \|\overrightarrow{HP}\|$$

en général, on est dans l'air et l'on peut confondre n et 1.



Remarque : au sens strict, une onde plane a une extension infinie perpendiculairement à la direction de propagation ; elle est physiquement irréalisable car elle transporterait une puissance infinie. Le faisceau cylindrique, donc fini, issu de la lentille se comporte comme une onde plane au voisinage de l'axe et ne s'en écarte qu'à l'approche de la périphérie du cylindre.

V-7 Intensité

Une onde lumineuse éclairant orthogonalement une surface d'aire Σ lui apporte une puissance proportionnelle à Σ ; on verra en électromagnétisme que la puissance surfacique instantanée est proportionnelle au carré de l'amplitude, la constante est $1/\mu_0 c$.

Cela dit, compte tenu de la fréquence extrêmement élevée des phénomènes, aucun récepteur n'est en mesure de suivre les valeurs instantanées, il ne peut donner qu'une moyenne temporelle. Voyons ce que cela donne pour une onde en $\underline{s}(M, t) = \underline{s}_m(M) \exp(j\omega t)$.

ATTENTION! la notation complexe est incompatible avec les produits et passages au carré, car la partie réelle d'un produit n'est pas le produit des parties réelles. Il faut donc IMPÉRATIVEMENT revenir aux notations réelles. Notons $\underline{s}_m = s_m \exp(j\varphi)$, on a donc :

$$s(M, t) = \text{Re}[\underline{s}_m(M) \exp(j\omega t)] = s_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La puissance surfacique instantanée est donc :

$$\Pi(M, t) = \frac{1}{\mu_0 c} s_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

et sa valeur moyenne dans le temps (notée par la mise entre crochets $\langle \dots \rangle$) :

$$\langle \Pi(M, t) \rangle = \frac{1}{\mu_0 c} s_m^2 \langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{2 \mu_0 c} s_m^2$$

On convient en fait de s'affranchir des unités et des constantes et on appellera désormais intensité lumineuse I , ou éclairement E le résultat suivant $I(M) = s_m^2$ et on remarquera qu'il se calcule par $I(M) = |\underline{s}_m(M)|^2 = \underline{s}_m(M) \cdot \underline{s}_m(M)^*$ ou par $I(M) = |\underline{s}(M, t)|^2 = \underline{s}(M, t) \cdot \underline{s}(M, t)^*$

(Il est d'usage, en physique de noter \underline{s}^* le complexe conjugué de \underline{s})

Remarquons aussi qu'avec ce choix de ne pas faire apparaître de constante multiplicative, on a $I = 2 \langle s(M, t)^2 \rangle$

V-8 Calcul de différences de marche

Dans le chapitre suivant, on sera systématiquement confronté à la situation suivante : deux sources, placées en deux points A et B , émettent en phase deux ondes monochromatiques. On place un écran assez loin de ces deux sources ; en un point M de cet écran, pour le rayon issu de la source A et arrivant en M , l'onde, à son arrivée en M , est déphasée par rapport à son émission en A de $2\pi \frac{\|\overrightarrow{AM}\|}{\lambda}$ (cf supra). De même, l'onde issue de B arrive en M déphasée de $2\pi \frac{\|\overrightarrow{BM}\|}{\lambda}$ et le déphasage en M de ces deux ondes est donc

$$2\pi \frac{\|\overrightarrow{AM}\| - \|\overrightarrow{BM}\|}{\lambda}$$

et l'on est donc systématiquement amené à calculer la différence de marche

$$\Delta = \|\overrightarrow{AM}\| - \|\overrightarrow{BM}\|$$

Nous allons étudier ici les situations les plus classiques

V-8.a Lemme : un résultat toujours valable

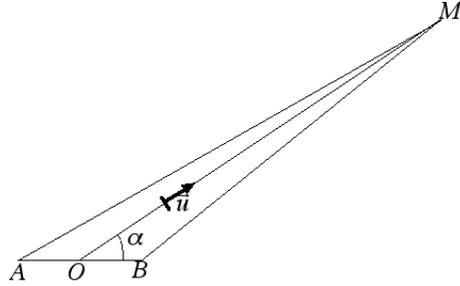
Dans la figure qui suit, O est le milieu de AB et l'on comparera $r_A = \|\overrightarrow{AM}\|$ et $r_B = \|\overrightarrow{BM}\|$ à $r = \|\overrightarrow{OM}\|$; on notera $a = \|\overrightarrow{AB}\|$ donc $\frac{a}{2} = \|\overrightarrow{AO}\| = \|\overrightarrow{OB}\|$

Le théorème de Pythagore généralisé (appelé en France, depuis les années 1990, théorème d'Al-Kashi) permet d'affirmer que :

$$\|\overrightarrow{BM}\|^2 = \|\overrightarrow{OM}\|^2 + \|\overrightarrow{OB}\|^2 - 2 \|\overrightarrow{OM}\| \|\overrightarrow{OB}\| \cos \alpha$$

Du reste sa démonstration est élémentaire avec le théorème de Chasles et l'interprétation trigonométrique du produit scalaire :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{BM}\|^2 = \overline{BM}^2 &= (\overline{OM} - \overline{OB})^2 = \overline{OM}^2 + \overline{OB}^2 - 2 \overline{OM} \cdot \overline{OB} = \\ &= \|\overrightarrow{OM}\|^2 + \|\overrightarrow{OB}\|^2 - 2 \|\overrightarrow{OM}\| \|\overrightarrow{OB}\| \cos \alpha \end{aligned}$$



Avec nos notations, on a donc

$$r_B^2 = r^2 - 2r \frac{a}{2} \cos \alpha + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Or r est supposé grand devant a , donc en se limitant au premier ordre en $\frac{a}{r}$, on a

$$r_B^2 = r^2 - ar \cos \alpha = r^2 \left(1 - \frac{a}{r} \cos \alpha\right)$$

soit en prenant la racine et avec un classique développement limité à l'ordre 1

$$r_B = r \left(1 - \frac{a}{r} \cos \alpha\right)^{\frac{1}{2}} \approx r \left(1 - \frac{a}{2r} \cos \alpha\right) = r - \frac{a}{2} \cos \alpha$$

On procède de même pour r_A ; pour éviter les calculs, il suffit, selon son humeur, de remplacer soit a en $-a$, soit α en $\pi - \alpha$ (et donc $\cos \alpha$ en $-\cos \alpha$), d'où

$$r_A = r + \frac{a}{2} \cos \alpha \quad \text{et} \quad \Delta = \|\overrightarrow{AM}\| - \|\overrightarrow{BM}\| = r_A - r_B = a \cos \alpha$$

Comme ce résultat ne fait pas apparaître r , il reste valable, a et α étant fixes, si r tend vers l'infini, c'est à dire si les deux rayons AM et BM sont parallèles dans la direction faisant l'angle α avec AB ; dans la pratique expérimentale, une lentille convergente formera, du point M à l'infini, une image dans son plan focal image.

Remarque : A l'exposant près qui induit un changement de signe dans l'approximation d'ordre 1, on retrouve le calcul du potentiel au point M créé par un dipôle électrique formé d'une charge $-q$ en A et $+q$ en B soit

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) = \dots = \frac{qa \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

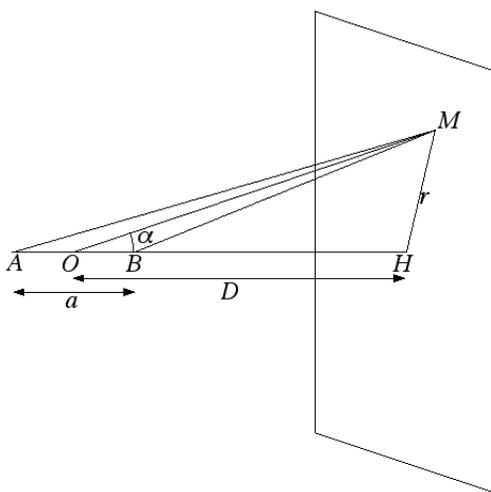
Autre formulation de ce résultat :

On peut penser à la relation entre le cosinus et le produit scalaire car $a \cos \alpha$ est la longueur de la projection de AB sur OM de vecteur unitaire noté \vec{u} donc le produit scalaire de \vec{AB} par \vec{u} ; on peut donc aussi écrire $\Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB}$

Applications :

Nous allons maintenant appliquer ce résultat à quatre situations classiques selon d'une part que l'écran est parallèle ou orthogonal à AB , d'autre part qu'il est à distance finie ou infinie (comprenez alors qu'il est dans le plan focal image d'une lentille convergente). Bien que le résultat qui vient d'être établi suffise à tout démontrer, nous allons donner chaque fois que ce sera possible, une variante «classique».

V-8.b L'écran est à distance finie et perpendiculaire à AB



Le dessin ci-dessus est le précédent auquel on a rajouté l'écran; il n'est pas plus réaliste car en pratique D , distance du point O à l'écran est grand devant $a = AB$ mais il faut bien que le schéma soit lisible.

La figure est de révolution autour de la droite AB qui coupe le plan de l'écran en H ; seule la distance $r = HM$ influe donc sur le résultat. On part de ce qui a été établi dans le cas général (cf paragraphe V-8.a : $\Delta = a \cos \alpha$) et l'on s'adapte à la situation :

$$\Delta = a \cos \alpha = a \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}}$$

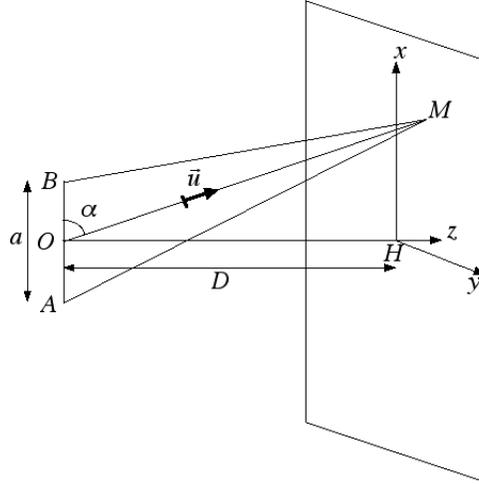
Comme en pratique, les figures d'interférences ou de diffraction sont peu étendues, r est lui aussi petit devant D et l'on peut poursuivre par une approximation :

$$\Delta = a \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}} = a \frac{1}{\sqrt{1 + (r/D)^2}} = a [1 + (r/D)^2]^{-\frac{1}{2}} \approx a \left[1 - \frac{r^2}{2D^2} \right]$$

Et d'un!

V-8.c L'écran est à distance finie et parallèle à AB

Plus de symétrie de révolution ici ; on note H la projection du point O sur l'écran et le point M y est repéré dans un repère orthonormé Hxy avec Hx parallèle à AB .



On part encore de ce qui a été établi dans le cas général (cf paragraphe V-8.a : $\Delta = a \cos \alpha$) et l'on cherche aussi à s'adapter à la situation. C'est plus dur ici d'évaluer le $\cos \alpha$ car le plan contenant A , B et M n'est pas le plan Hxz ; chaque fois, en optique physique, que la trigonométrie n'est pas directement applicable, il faut penser à la seconde formulation du résultat du lemme ; on partira donc en fait de $\Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB}$

La suite coule de source, sachant que x et y sont petits devant D , comme précédemment :

$$\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM} = D \vec{e}_z + x \vec{e}_x + y \vec{e}_y$$

$$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{D^2 + x^2 + y^2} \approx D \quad \text{à l'ordre 1}$$

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|} \approx \frac{x}{D} \vec{e}_x + \frac{y}{D} \vec{e}_y + \vec{e}_z$$

$$\text{or } \overrightarrow{AB} = a \vec{e}_x \quad \text{d'où} \quad \Delta \approx \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{ax}{D}$$

Et de deux!

Variante :

On trouve plus fréquemment dans la littérature un calcul direct et tout à fait recevable

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = (D \vec{e}_z + x \vec{e}_x + y \vec{e}_y) - \left(-\frac{a}{2} \vec{e}_x\right) = D \vec{e}_z + \left(x + \frac{a}{2}\right) \vec{e}_x + y \vec{e}_y$$

$$r_A^2 = \overrightarrow{AM}^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = D^2 \left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2\right]$$

$$r_A = D \left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \approx D \left[1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right]$$

$$r_A \approx D + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2D} + \frac{y^2}{2D}$$

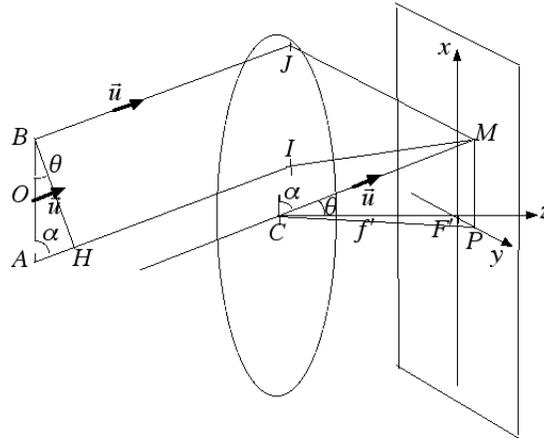
$$\text{de même} \quad r_B \approx D + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D} + \frac{y^2}{2D}$$

$$\Delta = r_A - r_B = \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D} = \frac{4x \frac{a}{2}}{2D} = \frac{ax}{D}$$

V-8.d L'écran est à l'infini et parallèle à AB

Bien sûr, par «à l'infini», on comprend «dans le plan focal image d'une lentille convergente». La difficulté réside dans l'identification du vecteur \vec{u} du lemme (paragraphe V-8.a). La plupart du temps, dans les exercices ou problèmes, le point O , milieu de AB est sur l'axe de la lentille, mais ça n'est *absolument pas* nécessaire et *sans effet* sur le résultat. Comme dans la situation précédente, on a choisi, dans le plan focal, $F'x$ parallèle à AB ;

Considérons un rayon *fictif* passant par le centre optique C de la lentille, donc *non dévié*, et coupant le plan focal image au point M ; tous les rayons qui sont, en amont de la lentille, parallèles à ce rayon CM convergent dans le plan focal image donc forcément au point M . En particulier, les rayons *réels* AI et BJ , parallèles à CM de vecteur directeur \vec{u} , traversent la lentille en I et J sont les rayons qui arrivent en M qui s'avère être l'image du point à l'infini dans la direction de \vec{u} . Le lemme établi plus haut (paragraphe V-8.a) suffit à affirmer que $\Delta = \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cos \alpha$ où α est l'angle entre AB et \vec{u} . Néanmoins, il est très bien vu des correcteurs d'écrit et examinateurs d'oral



d'en donner ici une justification physique utilisant à bon escient le théorème de Malus.

Le calcul direct des chemins optiques peut être tentant car on a l'*illusion fallacieuse*¹ que $AI = BJ$, c'est oublier qu'une lentille n'est pas un plan sans épaisseur, le point I , par exemple, symbolise la traversée de la lentille entre un point I_1 sur la face avant et un point I_2 sur le face arrière et il n'y a aucune raison, parce que la lentille est bombée que I_1I_2 soit égal à J_1J_2 ; la démonstration qui suit contourne le problème.

La comparaison entre la figure ci-dessus et celle du paragraphe V-6, commençant page 3, nous donne la piste. Imaginons l'expérience de pensée suivante, fondée sur le retour inverse de la lumière : une source lumineuse placée en M émet vers la gauche des rayons divergents dont les rayons MI et MJ passant par A et B et le rayon MC non dévié ; ces rayons ressortent parallèles à CM . Les surfaces d'onde, orthogonales aux rayons, sont donc les plans orthogonaux au vecteur unitaire \vec{u} de CM ; l'une d'elles passe par B et coupe AI en H . Dans cette expérience donc, A et H sont en phase donc à la même distance optique de la source, c'est à dire que les chemins optiques $[MB]$ et $[MH]$ sont égaux ; comme les chemins optiques sont les mêmes dans la vraie expérience, $[BM]$ et $[HM]$ sont égaux, d'où, en supposant qu'on est dans l'air d'indice quasiment égal à 1,

$$\Delta = [AM] - [BM] = ([AH] + [HM]) - [BM] = [AH] = AH = a \cos \alpha = \vec{u} \cdot \vec{AB}$$

On retrouve ainsi physiquement le résultat du lemme paragraphe V-8.a (on n'a pas eu besoin que O soit sur l'axe optique), reste à finir le calcul en exploitant la géométrie de l'expérience.

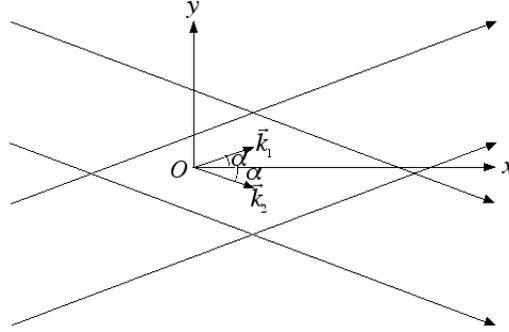
Le vecteur \vec{u} se calcule exactement comme dans la situation précédente (V-8.c), à ceci près que OH est remplacé par CF' donc D par f' distance focale image de la lentille, d'où

$$\vec{u} \approx \frac{x}{f'} \vec{e}_x + \frac{y}{f'} \vec{e}_y + \vec{e}_z$$

1. d'accord, c'est pléonastique, mais c'est une façon d'insister lourdement

V-8.f Le cadeau bonus

Evoquons pour finir le cas où les deux sources sont à l'infini, dans des directions différentes, et l'écran est à distance finie. Il est donc éclairé par deux faisceaux parallèles. L'un est en $\exp j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{OM} + \phi_1)$ et l'autre en $\exp j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{OM} + \phi_2)$. Pour alléger les calculs, on choisira l'origine O de sorte $\phi_1 = \phi_2 = 0$ et la figure ci-dessous est faite dans un plan parallèle à \vec{k}_1 et \vec{k}_2 ; on a choisi pour Ox la direction bissectrice de \vec{k}_1 et \vec{k}_2 . Il est plus simple dans ce cas de chercher directement les phases des faisceaux sans passer par la différence de marche; le chapitre suivant justifiera que sous certaines conditions (cohérence des sources), l'intensité lumineuse du phénomène est le carré du module de la somme des amplitudes complexes.



On rappelle (cf paragraphe V-2) que les vecteurs d'onde ont pour module ω/c et donc

$$\vec{k}_1 = (\omega/c) (\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_y) \quad \vec{k}_2 = (\omega/c) (\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_y)$$

Avec $\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$, les amplitudes complexes des deux faisceaux et leur somme sont

$$\underline{s}_1 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} - \frac{y \sin \alpha}{c} \right) \quad \underline{s}_2 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} + \frac{y \sin \alpha}{c} \right)$$

$$\begin{aligned} \underline{s}_{tot} &= \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} \right) \left[\exp j\omega \frac{y \sin \alpha}{c} + \exp -j\omega \frac{y \sin \alpha}{c} \right] \\ \underline{s}_{tot} &= 2j s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} \right) \sin \frac{\omega y \sin \alpha}{c} \end{aligned}$$

Et l'intensité s'obtient en prenant le carré du module; l'exponentielle complexe et j sont de module unité donc

$$\mathcal{I} = 4 s_0^2 \sin^2 \frac{\omega y \sin \alpha}{c}$$

soit encore, puisqu'on a vu plus haut (cf paragraphe V-2) que $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\mathcal{I} = 4 s_0^2 \sin^2 \left(2\pi \frac{y \sin \alpha}{\lambda} \right)$$